第26講・相似②
相似の証明問題

要点整理

1　三角形の相似条件

2つの三角形は，次の各場合に，相似である。

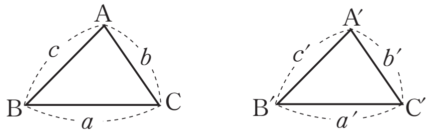
① 3組の辺の比が等しい。

② 2組の辺の比が等しく，その間の角が等しい。

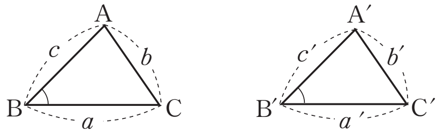
③ 2組の角がそれぞれ等しい。

●三角形の相似条件

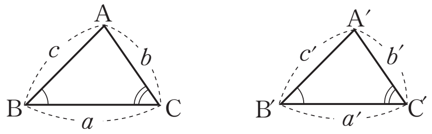
① $a:a'=b:b'=c:c'$



② $a:a'=c:c'$，$\angle B=\angle B'$



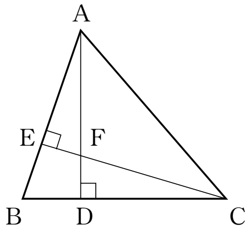
③ $\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

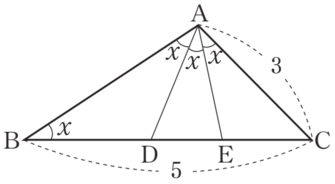
例題 1

右の図のように，△ABCの2点A，Cから辺BC，ABにそれぞれ垂線AD，CEをひく。AD，CEの交点をFとするとき，△ABD∽△CFDであることを証明しなさい。



例題 2

∠A＝$3x$，∠B＝x，AC＝3，BC＝5の△ABCがある。右図のように，∠Aの3等分線とBCとの交点をD，Eとするとき，次の問いに答えなさい。



⑴　∠ADCの大きさをxで表せ。

⑵　ADの長さを求めよ。

⑶　ABとAEの長さの比AB：AEを，最も簡単な整数の比で表せ。

⑷　線分ABの長さを求めよ。

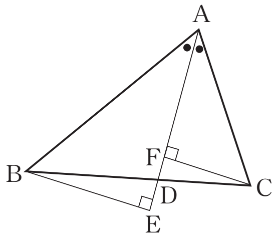
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

26－1

以下の文は，△ABCの∠Aの二等分線と辺BCの交点をDとすると，BD：DC＝AB：ACとなることの証明である。空欄に適切な記号，文字を入れなさい。

右の図では，△ABCの∠Aの二等分線と対辺の交点をD，頂点B，Cから直線ADにひいた垂線の足をそれぞれE，Fとしている。



証明　△ABEと△ACFにおいて，

［ア］＝［イ］＝90°

∠BAE＝［ウ］であるので

△ABE［エ］△ACF

よって，AB：AC＝［オ］：［カ］…①

次に，△DBEと△DCFにおいて，∠BDE＝［キ］

［ク］＝［ケ］＝90°だから，△DBE［コ］△DCF

よって，DB：DC＝［サ］：［シ］…②

①，②より，DB：DC＝［ス］：［セ］　　よって，証明された。

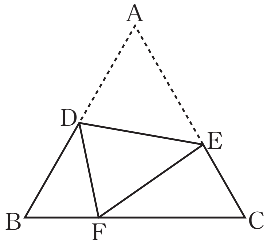
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第26講・確認テスト

［1］　右の図において，△ABCは正三角形である。辺AB上に点D，辺AC上に点Eをとり，線分DEを折り目として△ABCを折り返したところ，頂点Aが辺BC上の点Fに移った。このとき，△BFD∽△CEFであることを，次のように証明した。［エ］～［カ］にはあてはまる数を答えなさい。また，それ以外の［　　］にあてはまるものを下から選び，記号で答えなさい。



［証明］　△BFDと△CEFにおいて，

正三角形の角だから，∠DBF＝∠［ア］＝60°…①

△BFDの内角から，∠［イ］＝180°－（∠［ウ］＋∠DFB）

＝［エオカ］°－∠DFB

3点B，F，Cは同一直線上にあるから，

∠［キ］＝180°－（∠［ク］＋∠DFB）

＝［エオカ］°－∠DFB

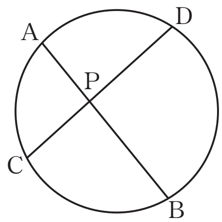
よって，∠［イ］＝∠［キ］…②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，△BFD∽△CEF

① DBF	② DEF	③ DFE	④ EDA
⑤ EDF	⑥ EFC	⑦ FCE	⑧ FDB

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［2］　右の図において，4点A，B，C，Dは円周上の点であり，Pは線分ABとCDの交点である。このとき，PA×PB＝PC×PDであることを，次のように証明した。［　　］にあてはまるものを下から選び，記号で答えなさい。



［証明］　AとC，BとDをそれぞれ結ぶ。
△PACと△PDBにおいて，
［ケ］の円周角より，∠PAC＝∠［コ］…①
対頂角で，∠［サ］＝∠［シ］…②
①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，△PAC∽△PDB
よって，PA：PD＝［ス］：［セ］
比例式の性質より，PA×PB＝PC×PD

① APC	② APD	③ DAP	④ DPB
⑤ PBC	⑥ PDB	⑦ $\overset{\frown}{AC}$	⑧ $\overset{\frown}{BD}$
⑨ $\overset{\frown}{CB}$	⑩ PB	⑪ PC	⑫ PD

第２６講・相似② 相似の証明問題

例題 1

証明　△ABD と△CFD において，∠BDA＝∠FDC＝90°…①

四角形 BDFE で①から，∠ABD＋∠DFE＝180°

また，∠CFD＋∠DFE＝180°

よって，∠ABD＝∠CFD…②

①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから，△ABD∽△CFD

例題 2

(1)　$2x$　　(2)　2　　(3)　5：3　　(4)　$\frac{4\sqrt{6}}{3}$

解説

(2)　CD＝CA＝3，AD＝BD＝5－3＝2

(3)　△ADC で AE は∠DAC の二等分線だから，

DE：EC＝AD：AC＝2：3 より，DE＝$3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$

また，△ABE で AD は∠BAE の二等分線だから，

AB：AE＝BD：DE＝2：$\frac{6}{5}$＝5：3

(4)　△ABE∽△DAE より，AB：DA＝BE：AE

AE＝$\frac{3}{5}$AB より，AB：2＝$\frac{16}{5}$：$\frac{3}{5}$AB　　$\frac{3}{5}AB^2=\frac{32}{5}$

AB＞0 より，AB＝$\frac{4\sqrt{6}}{3}$

26－1

㋐　∠AEB　　㋑　∠AFC　　㋒　∠CAF　　㋓　∽　　㋔　BE　　㋕　CF

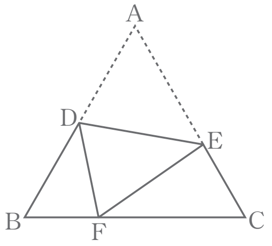
㋖　∠CDF　　㋗　∠BED　　㋘　∠CFD　　㋙　∽　　㋚　BE　　㋛　CF

㋜　AB　　㋝　AC

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第26講・確認テスト

［1］　右の図において，△ABC は正三角形である。辺 AB 上に点 D，辺 AC 上に点 E をとり，線分 DE を折り目として△ABC を折り返したところ，頂点 A が辺 BC 上の点 F に移った。このとき，△BFD ∽△CEF であることを，次のように証明した。［エ］～［カ］にはあてはまる数を答えなさい。また，それ以外の［　］にあてはまるものを下から選び，記号で答えなさい。



［証明］　△BFD と△CEF において，

正三角形の角だから，∠DBF＝∠［ア］＝60°…①

△BFD の内角から，∠［イ］＝180°－（∠［ウ］＋∠DFB）

＝［エオカ］°－∠DFB

3 点 B，F，C は同一直線上にあるから，

∠［キ］＝180°－（∠［ク］＋∠DFB）

＝［エオカ］°－∠DFB

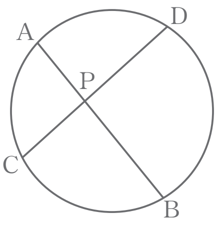
よって，∠［イ］＝∠［キ］…②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△BFD ∽△CEF

① DBF	② DEF	③ DFE	④ EDA
⑤ EDF	⑥ EFC	⑦ FCE	⑧ FDB

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［2］　右の図において，４点 A，B，C，D は円周上の点であり，P は線分 AB と CD の交点である。このとき，PA×PB＝PC×PD であることを，次のように証明した。［　　］にあてはまるものを下から選び，記号で答えなさい。



［証明］ A と C，B と D をそれぞれ結ぶ。
△PAC と△PDB において，
［ケ］の円周角より，∠PAC＝∠［コ］…①
対頂角で，∠［サ］＝∠［シ］…②
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから，△PAC∽△PDB
よって，PA：PD＝［ス］：［セ］
比例式の性質より，PA×PB＝PC×PD

① APC	② APD	③ DAP	④ DPB
⑤ PBC	⑥ PDB	⑦ $\overset{\frown}{AC}$	⑧ $\overset{\frown}{BD}$
⑨ $\overset{\frown}{CB}$	⑩ PB	⑪ PC	⑫ PD

解答

［1］　ア ⑦　イ ⑧　ウ ①　エ **1**　オ **2**　カ **0**　キ ⑥　ク ③
［2］　ケ ⑨　コ ⑥　サ ①　シ ④　ス ⑪　セ ⑩